

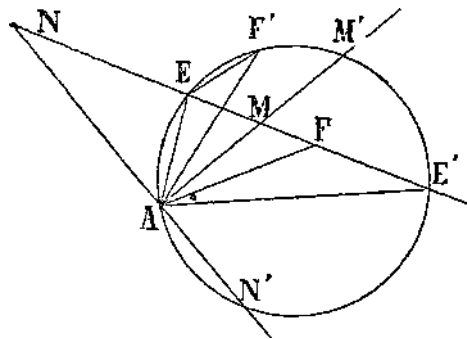
caso, dalla stessa parte del suo corrispondente rispetto al punto A^\wedge nel secondo caso, dalla parte opposta. Lo stesso dicasi dei punti B e C .

Per tal modo i sei lati del quadrangolo ortogonale hanno la proprietà che una mezza rotazione fatta intorno ad uno qualunque di essi da una figura esistente nel loro piano, la trasporta in tal posizione rispetto alla figura corrispondente, che due punti corrispondenti quali si vogliano stanno in linea retta col punto in cui il lato del quadrangolo è incontrato dal lato opposto. Essi poi si trovano dalla stessa parte rispetto a questo punto, se il lato è uno di quelli che passano nell'interno del triangolo ABC , si trovano da parti contrarie, se il lato è interamente esterno al triangolo stesso.

Supponiamo invece che il quadrangolo sia tale che due dei vertici del triangolo fondamentale, per esempio B e C , diventino i due punti circolari all'infinito.

In questo caso a qualunque retta del piano corrisponderà una circonferenza passante per il punto A .

Per determinare completamente questa trasformazione assumiamo ad arbitrio due



punti, E ed E' , come corrispondenti, e tiriamo le rette AE , AE' . I due lati del quadrangolo generatore concorrenti in A , dovendo essere coniugati armonicamente rispetto ai due lati del triangolo fondamentale concorrenti nello stesso punto, saranno perpendicolari fra loro, giacché questi due lati del triangolo vanno ai punti circolari all'infinito. D'altronde gli anzidetti due lati del quadrangolo essendo i raggi doppi dell'involuzione formata dalle rette che vanno dal punto A a tutte le coppie di punti corrispondenti, sono coniugati armonicamente con ciascuna coppia di tali rette, e quindi colle rette AE , AE' in particolare. Dunque essi non sono altro che le bisettrici AM , AN , dell'angolo EAE' . Tutti gli altri lati del quadrangolo sono immaginali, del pari che i suoi vertici.

Ciò posto, alla retta BE' corrisponderà la circonferenza passante per i tre punti A , E ed F' , e per trovare il corrispondente

di ogni altro punto della retta EE' , per